

Matematika

Az alapfokú képzés első – a matematikai alapkészségek kialakítását legfőbb célként megjelölő – nevelési-oktatási szakaszát követően az 5–8. évfolyamon a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye, valamint felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A tanítás fő módszere továbbra is a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanulási tevékenység és problémamegoldás során a tanulót ösztönözni kell egyszerű problémák felfedezésére, megfogalmazására és a mindennapi életből vett szóveges problémák matematikai szempontú értelmezésére. A tanuló konkrét helyzetek megoldására képi és szimbolikus modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

Felső tagozaton az ismert számok köre bővül a törtekkel és a negatív számokkal úgy, hogy a tanuló ezekkel műveleteket tud végezni. A tanulás-tanítás egyik lényeges elvárása, hogy a különböző, szóveggel, számokkal megadott matematikai szituációk képi, majd szimbolikus modelljeinek bevezetése fokozatos legyen. A tanuló a megismert szimbólumokkal egyszerű műveleteket végez, ismeri ezek tulajdonságait. Az 5–8. évfolyamon a természettudományi, a digitális technológiai és a gazdasági ismeretek tanulási-tanítási tartalmakban való megjelenése lehetővé teszi a matematika alkalmazhatóságának, hasznosságának bemutatását.

Fejlődnek a tanuló készségei a matematikai kommunikáció terén. A matematikai kifejezéseket helyesen használja, a fogalmakat értelmezi, megmagyarázza, gyakorlati helyzetekben jól alkalmazza. Ismereteit összefoglalva prezentálni tudja.

A tanuló a közös munkában tevékenyen részt vesz. Eseti feladatokban és projekteknél mások véleményét elfogadja, és ha különbözik a véleményük, igyekszik érvekkel meggyőzni társait. Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését és reményét a matematika megértése iránt.

A matematikai fejlesztő játékok és a számítógép, illetve más IKT-eszközök biztonságos alkalmazása mellett a tanuló megismerkedik olyan matematikai szoftverekkel, amelyek a matematikai tudást és a digitális kompetenciákat együtt fejlesztik.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ellenőrzés és az értékelés csak a tanult ismeretek alkalmazására terjed ki.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szóveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának képességét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését.

A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló

érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozhat olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanuláson keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet. A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, mérlegelő gondolkodás, problémamegoldás, kezdeményezőkészség, másokkal való együttműködés készsége).

5–6. évfolyam

Az 5–6. évfolyam tanulásmódszertani szempontból átmenetet képez az alsó tagozat játékos, tevékenykedtető, felfedeztető módszerei és a matematika elméleti ismereteinek befogadását jelentő tanulási módszerek között. Továbbra is fontos szerepet játszik a szemléltetés, az eszközök használata. Elvárható a szerzett tapasztalatok értelmezése, rendszerezése, néhány területen az általánosítás lehetőségének felfedezése és megfogalmazása. A kezdeti, saját szavakkal történő megfogalmazásokat fokozatosan felváltja a matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések használata. Gyakorlati helyzetekben megjelenik a szakmai vita és az érvelés igénye.

A témák egy része nemcsak az aktuális terület megalapozását jelenti a megadott óraszámban, hanem megjelenik más fejezetekben is, az eszközrendszer folyamatos gyarapodását biztosítva. Bővül a szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása során alkalmazható modellek köre is. A szemléltetést és a megértést a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

5. évfolyam

Óraszám: 162 óra/év
4,5 óra/hét

Az éves óraszám felosztása

	Tematikai egység	Óraszám
1.	Halmazok, matematikai logika, kombinatorika	10+ folyamatos
2.	Számтан, algebra: – Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek – Alapműveletek természetes számokkal – Egész számok; alapműveletek egész számokkal – Közöséges törtek, tizedes törtek, racionális számok – Alapműveletek közöséges törtekkel – Alapműveletek tizedes törtekkel – Egyszerű szöveges feladatok	67 óra
3.	A függvény fogalmának előkészítése	12 óra
4.	Geometria: – Mérés és mértékegységek – Síkbeli alakzatok – Transzformációk, szerkesztések – Térgeometria	35(30+5) óra
5.	Valószínűség-számítás	8 óra
	Témazáró dolgozatok írása, javítása	12(8+4) óra
	Összefoglalás, gyakorlás, hiányok pótlása	18 óra
	Összesen	162 óra
Tematikai egység/	1. Halmazok, matematikai logika,	Órakeret

Fejlesztési cél	kombinatorika		10+folyamatos
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek tudatos memorizálása, felidézése. A megtanulást segítő eszközök és módszerek megismerése. Tervezés, ellenőrzés, önellenőrzés igényének kialakítása. Kommunikáció fejlesztése.		
Ismeretek		Fejlesztési feladatok	
A matematika tanulási módszereinek megismerése.		A tanulás tanítása. Pozitív motiváció kialakítása játékok segítségével.	
Részhalmazok felismerése ábráról Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével		Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint Halmazára készítése Számhalmazok szemléltetése számegyenesen	
Elemek elrendezése, rendszerezése adott szempontok szerint. Néhány elem sorba rendezése.		A kombinatorikus gondolkodás, a célirányos figyelem kialakítása.	
Változatos tartalmú szövegek értelmezése. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata (pl. egyenlő; kisebb; nagyobb; több; kevesebb; nem; és; vagy; minden; van olyan,).		Értő, elemző olvasás fejlesztése. Kommunikáció fejlesztése a nyelv logikai elemeinek használatával. A lényegkiemelés, a szabálykövető magatartás kialakítása.	
Példák a biztos, a lehetséges és a lehetetlen bemutatására.		Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz	
Megoldások megtervezése, eredmények ellenőrzése.		Tervezés, ellenőrzés, önellenőrzés igényének a kialakítása.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Egyenlő, kisebb, nagyobb, több, kevesebb, nem, és, vagy, minden, van olyan, biztos, lehetséges, lehetetlen. halmaz, elem, halmazára, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenes, ágrajz, „igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz		
TEVÉKENYSÉGEK			
– Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak – Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése – Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazában. A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása – Játék logikai készlettel – „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis – Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére – „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra Altémák: – Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek – Alapműveletek természetes számokkal – Egész számok: alapműveletek egész számokkal – Közöséges törtek, tizedes törtek, racionális számok – Alapműveletek közöséges törtekkel – Alapműveletek tizedes törtekkel – Egyszerű szöveges feladatok	Órakeret 67 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Biztos számfogalom kialakítása. Számolási készség fejlesztése. A műveleti sorrend használatának fejlesztése. Mértékegységek helyes használata és pontos átváltása. Matematikai úton megoldható probléma megoldásának elképzelése, becslés, sejtés megfogalmazása; megoldás után a képzelt és tényleges megoldás összevetése. – a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ. Fegyelmettség, következetesség, szabálykövető magatartás fejlesztése. Pénzügyi ismeretek alapozása. Ellenőrzés, önellenőrzés, az eredményért való felelősségvállalás.	
Ismeretek		Fejlesztési feladatok
Természetes számok milliós számkörben, egészek, törtek, tizedes törtek. Alaki érték, helyi érték. Számlálás, számolás. Hallott számok leírása, látott számok kiolvasása. Számok ábrázolása számegegyenesen.		Számfogalom mélyítése, a számkör bővítése. Kombinatorikus gondolkodás alapelemeinek alkalmazása számok kirakásával.
Negatív szám értelmezése: – adósság, – fagypon alatti hőmérséklet, – számolások az időszalagon, – földrajzi adatok (magasságok, mélységek). – Ellentett, abszolút érték.		Készpénz, adósság fogalmának továbbfejlesztése. Mélységek és magasságok értelmezése matematikai szemlélettel.
Egész számok összeadása, kivonása. Összeadás, kivonás szóban, (fejben) és írásban, szemléltetés számegegyenesen.		Számolási készség fejlesztése.
Közöséges tört fogalma.		A közöséges tört szemléltetése, kétféle értelmezése, felismerése szöveges környezetben.
Tizedes tört fogalma. A tizedes törtek értelmezése. Tizedes törtek jelentése, kiolvasása, leírása.		Helyiérték-táblázat használata. Mennyiségek kifejezése tizedes törtekkel: dm, cl, mm...
Egész számok, törtek helye a számegegyenesen, nagyságrendi összehasonlítások.		Matematikai jelek értelmezése (<, >, = stb.) használata.
Összeadás, kivonás az egészek és a pozitív törtek körében. Szorzás, osztás pozitív törtek és tizedes törtek esetében természetes számokkal (0 szerepe a szorzásban, osztásban).		Számolási készség fejlesztése. A műveletekhez kapcsolódó ellenőrzés igényének és képességének fejlesztése. Önellenőrzés, önismeret fejlesztése.
Szorzás, osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel.		A műveletfogalom mélyítése. A számolási készség fejlesztése gyakorlati feladatokon keresztül.
Összeg, különbség, szorzat, hányados változásai.		Fegyelmettség, következetesség, szabálykövető

	magatartás fejlesztése. Algoritmikus gondolkodás fejlesztése.
Műveleti sorrend. Műveletek eredményeinek előzetes becslése, ellenőrzése, kerekítése.	Egyszerű feladatok esetén a műveleti sorrend helyes alkalmazási módjának felismerése, alkalmazása. Az egyértelműség és a következetesség fontossága. Az ellenőrzés és becslés.
Egyszerű elsőfokú egy ismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása próbálgatással. A megoldások ábrázolása számegyenesen, ellenőrzés behelyettesítéssel.	Önálló problémamegoldó képesség kialakítása és fejlesztése. Állítások megítélése igazságértékük szerint. Az egyenlő, nem egyenlő fogalmának elmélyítése. Ellenőrzési igény fejlesztése.
Arányos következtetések, egyszerű szöveges feladatok.	A következtetési képesség fejlesztése.
Szabványmértékegységek és átváltásuk: hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő, tömeg. <i>Matematikatörténeti érdekességek:</i> a hatvanas számrendszer kapcsolata az idő mérésével.	Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzésének fejlesztése (pl. napirend, vásárlás). Az arányosság felismerése mennyiség és mérőszám kapcsolata alapján. Kreatív gondolkodás fejlesztése. Mennyiségi következtetés, becslési készség fejlesztése.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tíz-es számrendszer, helyi érték, alaki érték, számegyenes, összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, osztandó, osztó, hányados, maradék. Kerekítés, becslés, ellenőrzés. Pozitív egész szám, természetes szám, negatív szám, egész szám. Előjel, ellentett, abszolút érték. Közös törtek, számláló, nevező, közös nevező. Tizedes tört, tizedesvessző. Mértékegységek.
TEVÉKENYSÉGEK – Fejben számolás gyakorlása. – Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámmal legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból – A műveleti sorrend és a zárójelzési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása – Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása – „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; – Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel Adott törtrészek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecsisztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak) – A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása Egyenlő és különböző törtek előállítás, összehasonlítása: játék a makaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtrészek különböző alakjaival – A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurocent) – Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. A függvény fogalmának előkészítése		Órakeret 12 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Sorozat megadása szabállyal. A koordináta-rendszer megismerése. Függvény szemlélet előkészítése. Probléma felismerése. Összefüggés-felismerő képesség fejlesztése. Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.		
Ismeretek		Fejlesztési feladatok	
Helymeghatározás gyakorlati szituációkban, konkrét esetekben. A Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszer. Matematikatörténet: Descartes.		Megadott pont koordinátáinak leolvasása, illetve koordináták segítségével pont ábrázolása a Descartes-féle koordináta-rendszerben. Sakklépések megadása, torpedó játék betű-szám koordinátákkal. Osztálytermi ülésrend megadása koordináta-rendszerrel. Tájékozódási képesség fejlesztése.	
Táblázat hiányzó elemeinek pótlása ismert vagy felismert szabály alapján, ábrázolásuk grafikonon.		Összefüggések felismerése. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatszárjainak jegyzése: tapasztalati függvények, sorozatok alkotása. A helyes függvény szemlélet megalapozása.	
Sorozat megadása a képzés szabályával, illetve néhány elemével.		Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, koordináta-rendszer, pont koordinátái, táblázat, grafikon.		
TEVÉKENYSÉGEK			
– A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése – Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékozódási verseny – „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk – Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése – „Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria Altémák: – Mérés és mértékegységek – Síkbeli alakzatok – Transzformációk, szerkesztések – Térgeometria	Órakeret 35 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Térelemek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. A sík- és térszemlélet fejlesztése. A vizuális képzelet fejlesztése. Rendszerező-képesség, halmazszemlélet fejlesztése. Számolási készség fejlesztése. A szaknyelv helyes használatának fejlesztése. A geometriai jelölések pontos használata. Pontos munkavégzésre nevelés. Esztétikai érzék fejlesztése.	
Ismeretek		Fejlesztési feladatok
A tér elemei: pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány.		A tanult térelemek felvétele és jelölése.
Párhuzamosság, merőlegesség, konvexitás. Síkídomok, sokszögek (háromszögek, négyszögek) szemléletes fogalma.		Síkídomok, tulajdonságainak vizsgálata, közös tulajdonságok felismerése.
A távolság szemléletes fogalma, adott tulajdonságú pontok keresése. Két pont, pont és egyenes távolsága. Két egyenes távolsága. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok. <i>Matematikatörténet:</i> Bolyai János, Bolyai Farkas		Körző, vonalzó helyes használata, két vonalzóval párhuzamosok, merőlegesek rajzolása. Törekvés a szaknyelv helyes használatára (legalább, legfeljebb, nem nagyobb, nem kisebb...) Az érdeklődés felkeltése a matematika értékeinek, eredményeinek megismerésére.
Kör, gömb szemléletes fogalma.		Körök, minták megjelenésének vizsgálata a környezetünkben, előfordulásuk a művészetekben és a gyakorlati életben. Díszítőminták szerkesztése körzővel.
Két ponttól egyenlő távolságra levő pontok. Szakaszfelező merőleges.		A problémamegoldó képesség fejlesztése. Pontosság igényének fejlesztése.
A szög fogalma, mérése. Szögfajták. A szög jelölése, betűzése. <i>Matematikatörténet:</i> görög betűk használata a szögek jelölésére, a hatvanas számrendszer kapcsolata a szög mérésével.		Szögmérő használata. Fogalomalkotás képességének kialakítása, fejlesztése. Az érdeklődés felkeltése a matematika értékeinek, eredményeinek megismerésére.
Téglalap, négyzet és derékszögű háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben		Adott alakzatok kerületének, területének meghatározása méréssel, számolással. Számolási készség fejlesztése.
Kocka, téglatest tulajdonságai, hálójá. Téglatest (kocka) felszínének és térfogatának kiszámítása.		Testek építése, tulajdonságaik vizsgálata. Rendszerező képesség, halmazszemlélet fejlesztése. Testek csoportosítása adott tulajdonságok alapján. Térszemlélet fejlesztése térbeli analógiák keresésével.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Pont, egyenes, szakasz, félegyenes, sík, merőlegesség, párhuzamosság, szög, szögfajták. Adott tulajdonságú pontok, szakaszfelező merőleges. Síkídom, sokszög, kör, test, csúcs, él, lap, szög, gömb. Konvexitás. Kerület, terület, felszín, testek hálójá, térfogata.	

TEVÉKENYSÉGEK

- Szívószál-moddell szögtartományok kijelölése
Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata
- Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés össztérfogata, a teremben lévő levegő becsült térfogata...)
„Üreges testek” ürtartalmának becslése, mérése, összehasonlítása
- Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása
- Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)
- Osztályterem, iskola, iskolakörnyékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)
- Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása
- Osztályterem, iskola, iskolakörnyékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség-számítás	Órakeret 8 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Megfigyelőképesség, az összefüggés-felismerő képesség, elemzőképesség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési feladatok	
Valószínűségi játékok és kísérletek.	Valószínűségi és statisztikai alapfogalmak szemléleti alapon történő kialakítása.	
Adatok tervszerű gyűjtése, rendezése. oszlopdiagramok készítése. Értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti. Adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is. Különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak; Megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;	Tudatos és célirányos figyelem gyakorlása. A megfigyelőképesség fejlesztése. Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás) A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) kisméretű mintán A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel kisméretű minta esetén Azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdiagram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása	

Konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.		
Átlagszámítás néhány adat esetén (számtani közép).		Az átlag lényegének megértése. Számolási készség fejlődése.
Kulcsfogalmak/fogalmak	Adat, diagram, átlag, biztos esemény, lehetetlen esemény. „igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz	
TEVÉKENYSÉGEK		
– Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal – Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); – Típpelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével – 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz – „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít – „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.		

A fejlesztés várt eredményei az 5. osztály végén

A tanuló

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.
- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- írásban összead, kivon és szoroz;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.
- elvégzi az alpműveleteket a racionális számok körében
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti.
- elvégzi az alpműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- írásban összead, kivon és szoroz;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.
- Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben
- Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában
- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete
- Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold;
- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.
- megoldását ellenőrzi.
- meghatározza speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.
- ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;

- ismeri a háromszög-egyenlőtlenséget.
- ismer dinamikus geometriai szoftvereket, tiszttában van alkalmazási lehetőségeikkel.
- a kocka, a téglatest hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- a kocka, a téglatest tulajdonságait alkalmazza feladatokban.
- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is
- konkrét adatsor esetén átlagot számol.
- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
- Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

Továbbhaladás feltételei:

- konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol
- állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja
- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;
- ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;
- meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;
- ismeri az egész számokat.
- ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;
- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;
- megfelelteti egymásnak a racionális számok közösleges tört és tizedes tört alakját.
- gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.
- sorozatokat adott szabály alapján folytat;
- néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.
- síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.
- síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.
- a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;
- ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőlegest, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöveget másol.

Értékelés: a továbbhaladás feltételei címszó alatt megadott szempontok alapján osztályzattal értékelünk félévkor és év végén.

6. évfolyam

Óraszám: 162 óra/év
4,5 óra/hét

Az éves óraszám felosztása

	Tematikai egység	Óraszám
1.	Halmazok, matematikai logika, kombinatorika	10+ folyamatos
2.	Számtan, algebra: – Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek – Egész számok; alpműveletek egész számokkal – Közöséges törtek, tizedes törtek, racionális számok – Műveletek közöséges törtekkel – Műveletek tizedes törtekkel – Arányosság, százalékszámítás – Egyszerű szöveges feladatok – Sorozatok	71 óra
3.	A függvény fogalmának előkészítése	12 óra
4.	Geometria: – Mérés és mértékegységek – Síkbeli alakzatok – Transzformációk, szerkesztések – Térgeometria	35 óra
5.	Valószínűség-számítás	4 óra
	Témazáró dolgozatok írása, javítása	12 óra
	Összefoglalás, gyakorlás, hiányok pótlása	18 óra
	Összesen	162 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Halmazok, matematikai logika, kombinatorika		Órakeret 10+folyamatos
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek tudatos memorizálása, felidézése. A megtanulást segítő eszközök és módszerek megismerése. Tervezés, ellenőrzés, önellenőrzés igényének kialakítása. Kommunikáció fejlesztése.		
Ismeretek		Fejlesztési feladatok	
A matematika tanulási módszereinek megismerése.		A tanulás tanítása. Pozitív motiváció kialakítása játékok segítségével.	
Részhalmazok felismerése ábráról Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével		Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint Halmazábra készítése Számhalmazok szemléltetése számegyenesen	
Elemek elrendezése, rendszerezése adott szempontok szerint. Néhány elem sorba rendezése.		A kombinatorikus gondolkodás, a célirányos figyelem kialakítása.	
Változatos tartalmú szövegek értelmezése. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata (pl. egyenlő; kisebb; nagyobb; több; kevesebb; nem; és; vagy; minden; van olyan,).		Értő, elemző olvasás fejlesztése. Kommunikáció fejlesztése a nyelv logikai elemeinek használatával. A lényegkiemelés, a szabálykövető magatartás kialakítása.	
Példák a biztos, a lehetséges és a lehetetlen bemutatására.		Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása Nytott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz	
Megoldások megtervezése, eredmények ellenőrzése.		Tervezés, ellenőrzés, önellenőrzés igényének a kialakítása.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Egyenlő, kisebb, nagyobb, több, kevesebb, nem, és, vagy, minden, van olyan, biztos, lehetséges, lehetetlen, halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenes, ágrajz, „igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz		
TEVÉKENYSÉGEK			
- Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak - Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése - Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán. A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása - Játék logikai készlettel „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis - Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra Altémák: – Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek – Alapműveletek természetes számokkal – Egész számok: alapműveletek egész számokkal – Közöséges törtek, tizedes törtek, racionális számok – Alapműveletek közöséges törtekkel – Alapműveletek tizedes törtekkel – Egyszerű szöveges feladatok	Órakeret 67 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Biztos számfogalom kialakítása. Számolási készség fejlesztése. A műveleti sorrend használatának fejlesztése. Mértékegységek helyes használata és pontos átváltása. Matematikai úton megoldható probléma megoldásának elképzelése, becslés, sejtés megfogalmazása; megoldás után a képzelt és tényleges megoldás összevetése. – a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ. – Fegyelmezettség, következetesség, szabálykövető magatartás fejlesztése. Pénzügyi ismeretek alapozása. Ellenőrzés, önellenőrzés, az eredményért való felelősségvállalás.	
Ismeretek		Fejlesztési feladatok
		Természetes számok milliós számkörben, egészek, törtek, tizedes törtek. Alaki érték, helyi érték. Számlálás, számolás. Hallott számok leírása, látott számok kiolvasása. Számok ábrázolása számegyenesen.
Negatív szám értelmezése: – adósság, – fagypon alatti hőmérséklet, – számolások az időszalagon, – földrajzi adatok (magasságok, mélységek). – Ellentett, abszolút érték.	Számfogalom mélyítése, a számkör bővítése. Kombinatorikus gondolkodás alapelemeinek alkalmazása számok kirakásával.	
Egész számok összeadása, kivonása. Összeadás, kivonás szóban, (fejben) és írásban, szemléltetés számegyenesen.	Készpénz, adósság fogalmának továbbfejlesztése. Mélységek és magasságok értelmezése matematikai szemlélettel.	
Közöséges tört fogalma.	Számolási készség fejlesztése.	
Tizedes tört fogalma. A tizedes törtek értelmezése. Tizedes törtek jelentése, kiolvasása, leírása.	A közöséges tört szemléltetése, kétféle értelmezése, felismerése szöveges környezetben.	
Egész számok, törtek helye a számegyenesen, nagyságrendi összehasonlítások.	Helyiérték-táblázat használata. Mennyiségek kifejezése tizedes törtekkel: dm, cl, mm...	
Összeadás, kivonás az egészek és a pozitív törtek körében. Szorzás, osztás pozitív törtek és tizedes törtek esetében természetes számokkal (0 szerepe a szorzásban, osztásban).	Matematikai jelek értelmezése (<, >, = stb.) használata.	
Szorzás, osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel.		Számolási készség fejlesztése. A műveletekhez kapcsolódó ellenőrzés igényének és képességének fejlesztése. Önellenőrzés, önismeret fejlesztése.
Összeg, különbség, szorzat, hányados változásai.		A műveletfogalom mélyítése. A számolási készség fejlesztése gyakorlati feladatokon keresztül.
		Fegyelmezettség, következetesség, szabálykövető magatartás fejlesztése. Algoritmikus gondolkodás fejlesztése.

Műveleti sorrend. Műveletek eredményeinek előzetes becslése, ellenőrzése, kerekítése.		Egyszerű feladatok esetén a műveleti sorrend helyes alkalmazási módjának felismerése, alkalmazása. Az egyértelműség és a következetesség fontossága. Az ellenőrzés és becslés.
Egyszerű elsőfokú egy ismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása próbálgatással. A megoldások ábrázolása számegyenesen, ellenőrzés behelyettesítéssel.		Önálló problémamegoldó képesség kialakítása és fejlesztése. Állítások megítélése igazságértékük szerint. Az egyenlő, nem egyenlő fogalmának elmélyítése. Ellenőrzési igény fejlesztése.
Arányos következtetések, egyszerű szöveges feladatok.		A következtetési képesség fejlesztése.
Szabványmértékegységek és átváltásuk: hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő, tömeg. <i>Matematikatörténeti érdekességek:</i> a hatvanas számrendszer kapcsolata az idő mérésével.		Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzésének fejlesztése (pl. napirend, vásárlás). Az arányosság felismerése mennyiség és mérőszám kapcsolata alapján. Kreatív gondolkodás fejlesztése. Mennyiségi következtetés, becslési készség fejlesztése.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tízese számrendszer, helyi érték, alaki érték, számegyenes, összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, osztandó, osztó, hányados, maradék. Kerekítés, becslés, ellenőrzés. Pozitív egész szám, természetes szám, negatív szám, egész szám. Előjel, ellentett, abszolút érték. Közönséges tört, számláló, nevező, közös nevező. Tizedes tört, tizedesvessző. Mértékegységek.	
TEVÉKENYSÉGEK		
– Fejben számolás gyakorlása. – Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból – A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása – Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása – „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; – Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel Adott tört részek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecsisztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak) – A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása Egyenlő és különböző törtek előállítása, összehasonlítása: játék a makaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, tört részek különböző alakjaival – A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurocent) – Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. A függvény fogalmának előkészítése Altémák: – A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása – A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése – Tájékozódás térképen, nézőtéren, sakktáblán és a koordináta-rendszerben – Egyenes arányosság grafikonjának felismerése	Órakeret 12 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Sorozat megadása szabállyal Függvény szemlélet előkészítése. Probléma felismerése. Összefüggés-felismerő képesség fejlesztése. Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.	
Ismeretek		Fejlesztési feladatok
Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszer.		Megadott pont koordinátáinak leolvasása, illetve koordináták segítségével pont ábrázolása a Descartes-féle koordináta-rendszerben. Osztálytermi ülésrend megadása koordináta-rendszerrel. Tájékozódási képesség fejlesztése.
Táblázat hiányzó elemeinek pótlása ismert vagy felismert szabály alapján, ábrázolásuk grafikonon.		Összefüggések felismerése. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként való megnevezése: tapasztalati függvények, sorozatok alkotása. A helyes függvény szemlélet megalapozása.
Sorozat megadása a képzés szabályával, illetve néhány elemével.		Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	megfeleltetés, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon	
TEVÉKENYSÉGEK – A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése – Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékozódási verseny – „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk – Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése „Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria Altémák: – Mérés és mértékegységek – Síkbeli alakzatok – Transzformációk, szerkesztések – Térgeometria	Órakeret 35 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tételek fogalmának elmélyítése, környezetünk tárgyainak vizsgálata. A sík- és térszemlélet fejlesztése. A vizuális képzelet fejlesztése. A szaknyelv helyes használatának fejlesztése. A geometriai jelölések pontos használata. Pontos munkavégzésre nevelés. Esztétikai érzék fejlesztése. Tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben, felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat. A szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít. Ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőleget, szögfelezőt. Merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöget másol.	
Ismeretek		Fejlesztési feladatok
A tér elemei: pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány.		A tanult tételek felvétele és jelölése.
Párhuzamosság, merőlegesség, konvexitás. Síkdomok, sokszögek (háromszögek, négyszögek) szemléletes fogalma.		Síkdomok, tulajdonságainak vizsgálata, közös tulajdonságok felismerése.
A távolság szemléletes fogalma, adott tulajdonságú pontok keresése. Két pont, pont és egyenes távolsága. Két egyenes távolsága. Adott feltételeknek megfelelő ponttalma.		Körző, vonalzók helyes használata, két vonalzóval párhuzamosok, merőlegesek rajzolása. Törekvés a szaknyelv helyes használatára (legalább, legfeljebb, nem nagyobb, nem kisebb...) Az érdeklődés felkeltése a matematika értékeinek, eredményeinek megismerésére.
		Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben Tengelyes tükrözés ismerete és alkalmazása Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben Alakzatok tengelyes tükröképének megszerkesztése Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése; szögfelezés, szögmásolás Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
		A problémamegoldó képesség fejlesztése. Pontosság igényének fejlesztése.
Téglalap, négyzet és derékszögű háromszög területének, területének mérése a természetes és az épített környezetben		Adott alakzatok területének, területének meghatározása méréssel, számolással. Számolási készség fejlesztése.
		Testek építése, tulajdonságaik vizsgálata. Rendszerező képesség, halmazszemlélet fejlesztése. Testek csoportosítása adott tulajdonságok alapján. Térszemlélet fejlesztése térbeli analógiák keresésével.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei, szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes test, kocka, téglalap, lap, él, csúcs, lapátló, alaprajz, háló, nézet	

TEVÉKENYSÉGEK

- Szívószál-moddell szögtartományok kijelölése
Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata
- Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés össztérfogata, a teremben lévő levegő becsült térfogata...)
„Üreges testek” ürtartalmának becslése, mérése, összehasonlítása
- Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása
- Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)
- Osztályterem, iskola, iskolakörnyékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)
- Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása
- Osztályterem, iskola, iskolakörnyékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Osztályterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata; épület hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata...)
- Szimmetrikus alkotások előállítása például tükör, hajtogatás, digitális eszköz segítségével
- Tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség-számítás	Órakeret 8 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Megfigyelőképesség, az összefüggés-felismerő képesség, elemzőképesség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési feladatok	
Valószínűségi játékok és kísérletek.	Valószínűségi és statisztikai alapfogalmak szemléleti alapon történő kialakítása.	
Adatok tervszerű gyűjtése, rendezése. oszlopdiagramok készítése. Értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti. Adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is. Különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak; Megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg; Konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.	Tudatos és célirányos figyelem gyakorlása. A megfigyelőképesség fejlesztése. Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás) A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) kisméretű mintán A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel kisméretű minta esetén Azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdiagram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása	
Átlagszámítás néhány adat esetén (számtani közép).	Az átlag lényegének megértése. Számolási készség fejlődése.	
Kulcsfogalmak/fogalmak	Adat, diagram, átlag, biztos esemény, lehetetlen esemény. „igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz	

TEVÉKENYSÉGEK

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő);
- Típpelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével
- 10 korongot feldobunk; a számegegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.

A fejlesztés várt eredményei az 6. osztály végén

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegegyenesen ábrázol.
- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- írásban összead, kivon és szoroz;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.
- elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- Egyenes és fordított arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben
- Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában
- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;

- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.
- Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold;
- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.
- megoldását ellenőrzi.
- ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;
- ismeri a háromszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség
- meghatározza speciális négyszögek területét, területét;
- téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.
- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.
- a kocka, a téglatest hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- a kocka, a téglatest tulajdonságait alkalmazza feladatokban.
- megszerkeszti alakzatok tengelyes tükörképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is
- konkrét adatsor esetén átlagot számol.
- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ;
- Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.
- ismeri a gyakoriság fogalmát.

Továbbhaladás feltételei:

- konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol
- állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja
- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;
- ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;
- meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;

- ismeri az egész számokat.
- ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;
- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;
- megfelelteti egymásnak a racionális számok közöséges tört és tizedes tört alakját.
- gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.
- sorozatokat adott szabály alapján folytat;
- néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.
- síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.
- a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;
- ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőleget, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöveget másol.

Értékelés: a továbbhaladás feltételei címszó alatt megadott szempontok alapján osztályzattal értékelünk félévkor és év végén.

7–8. évfolyam

A 7–8. évfolyamon nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

Az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód.

A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

7. évfolyam

Óraszám: 126/év
3,5/hét

Az éves óraszám felosztására

	Tematikai egység	Óraszám
1.	Halmazok, matematikai logika, kombinatorika	folyamatos
2.	Számтан, algebra: – Matematikai logika, kombinatorika – Számelméleti ismeretek, hatvány – Arányosság, százalékszámítás – Szöveges feladatok előkészítés – Szöveges feladatok	48 óra
3.	A függvény fogalmának előkészítése	6 óra
4.	Geometria: – Síkbeli alakzatok – Transzformációk, szerkesztések – Térgeometria	30 óra
5.	Valószínűség-számítás, leíró statisztika	12 óra
	Témazáró dolgozatok írása, javítása	12(8+4) óra
	Összefoglalás, gyakorlás, hiányok pótlása	18 óra
	Összesen	126 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret - folyamatos
Előzetes tudás	Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része. Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása. Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszköz jellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése. Szóbeli és írásbeli kifejezőképesség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának fejlesztése.	
Ismeretek		Fejlesztési követelmények
Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata Egyszerű stratégiai és logikai játékok		Az igényes írásbeli és szóbeli közlés kialakítása
Példák halmazokra: részhalmaz, metszet.		A halmazszemlélet fejlesztése. Rendszerszemlélet fejlesztése.
Az „és”, „vagy”, „ha”, „akkor”, „nem”, „van olyan”, „minden” „legalább”, legfeljebb” kifejezések használata.		A nyelv logikai elemeinek egyre pontosabb, tudatos használata.
Egyszerű („minden”, „van olyan” típusú) állítások igazolása, cáfolata konkrét példák kapcsán.		Értelmes kérdés- és vitakultúra, kulturált érvelés képességének kialakítása.
A gyakorlati élethez kapcsolódó szöveges feladatok megoldása.		Szövegelemzés, értelmezés, szöveg lefordítása a matematika nyelvére. Ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény erősítése.
Egyszerű kombinatorikai feladatok megoldása különféle módszerekkel (fadiagram, útdiagram, táblázatok készítése).		A kombinatorikus gondolkodás fejlesztése.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Halmaz, elem. Alaphalmaz, részhalmaz, metszet. Igaz, hamis, nem, és, vagy, minden, van olyan, biztos, lehetséges, lehetetlen. minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra Altémák: – Matematikai logika, kombinatorika – Számelméleti ismeretek, hatvány – Arányosság, százalékszámítás – Szöveges feladatok előkészítés – Szöveges feladatok	Órakeret 48 óra
Előzetes tudás	Racionális számkör. Számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Műveletek racionális számokkal. Ellentett, abszolút érték, reciprok. Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben. A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság. Alpműveletek racionális számokkal írásban. A zárójelek, a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Helyes és értelmes kerekítés, az eredmények becslése, a becslés használata ellenőrzésre is. Szöveges feladatok megoldása. A százalékszámítás alapjai.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával. A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészeik képzeletben való felidézése. Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kiscsoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása. Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.	
Ismeretek		Fejlesztési követelmények
A racionális szám fogalma. A természetes, az egész és a racionális számok halmazának kapcsolata.		A rendszerező képesség fejlesztése.
Műveletek racionális számkörben.		Műveletfogalom mélyítése. A zárójel és a műveleti sorrend biztos alkalmazása.
A hatványozás fogalma pozitív egész kitevőre, egész számok körében.		A hatvány fogalmának kialakítása, fejlesztése. A definícióalkotás igényének felkeltése.
Műveletek hatványokkal: azonos alapú hatványok szorzása, osztása. Hatványozásnál az alap és a kitevő változásának hatása a hatványértékre.		
10 egész kitevőjű hatványai.		Számolási készség fejlesztése (fejben és írásban).
Prímszám, összetett szám. Prímtényező felbontás. Matematikatörténet: érdekességek a prímszámok köréből.		A korábban tanult ismeretek és az új ismeretek közötti összefüggések felismerése.
Osztó, többszörös. Oszthatósági szabályok alkalmazása. Számelméleti alapú játékok. Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül		A tanult ismeretek felelevenítése. Oszthatósági szabályok alkalmazása a törtekkel való műveleteknél. A bizonyítási igény felkeltése oszthatósági feladatoknál. Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása.

Arány, aránypár, arányos osztás. Egyenes arányosság, fordított arányosság.	A következtetési képesség fejlesztése: a mindennapi élet és a matematika közötti gyakorlati kapcsolatok meglátása, a felmerülő arányossági feladatok megoldása során.
Mértékegységek átváltása racionális számkörben.	Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzése. Ciklusonként átélt idő és lineáris időfogalom, időtartam, időpont szavak értő ismerete, használata.
Az alap, a százalékérték és a százalékláb fogalmának ismerete, értelmezése, kiszámításuk következtetéssel, a megfelelő összefüggések alkalmazásával.	A mindennapi élet és a matematika közötti gyakorlati kapcsolat meglátása a gazdasági élet, a környezetvédelem, a háztartás köréből vett egyszerűbb példákon. Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom Banki ajánlatok (ügyműveletcsomagok, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása Helyettesítési érték fogalma Egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értékének kiszámítása. Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése	Betűk használata szöveges feladatok általánosításánál. Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel. Egytagú kifejezések számmal való szorzása Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása Két tagból közös számtényező kiemelése Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása) Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése
Egynemű kifejezés fogalma. Egyszerű átalakítások: zárójel felbontása, összevonás.	Algebrai kifejezések egyszerű átalakításának felismerése.
Egyszerűbb elsőfokú egy ismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása következtetéssel, mérlegelvvel. A megoldások ábrázolása számegyenesen. Alaphalmaz, megoldáshalmaz.	Az egyenlő, nem egyenlő fogalmának elmélyítése. Algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztése. Pontos munkavégzésre nevelés. Számolási készség fejlesztése. Az ellenőrzés igényének fejlesztése.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Racionális szám. Hatvány, alap, kitevő. Százalékalap, százalékláb, százaléktér. Prímszám, összetett szám Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös,

	hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszámok. Arány, aránypár, arányos osztás, egyenes és fordított arányosság. Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, mérlegelv, ellenőrzés. változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv.
Tevékenységek „Bíróági tárgyalás” játék „Einstein-fejtörő” típusú játék Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is) Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása Lehetséges útvonalak összeszámlálása Számkártyás feladatok megoldása Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére Prímtényező felbontás kirakása színes rudakkal Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezővel Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó művelet sor megalkotása Adott, ismeretlent tartalmazó művelet sorhoz szöveges feladat írása „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló művelet sorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával. Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”. A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények, az analízis elemei	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben. Egyszerű grafikonok értelmezése. Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése. Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).	
Ismeretek		Fejlesztési követelmények
Két halmaz közötti hozzárendelések megjelenítése konkrét esetekben. Egyértelmű hozzárendelések ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.		A függvényszemlélet fejlesztése. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése a grafikon alapján.
Egyenes arányosság grafikus képe.		A mindennapi élet, a tudományok és a matematika közötti kapcsolat fölfedezése konkrét példák alapján. Számolási készség fejlesztése a racionális számkörben.
Grafikonok olvasása, értelmezése, készítése: szöveggel vagy matematikai alakban megadott szabály grafikus megjelenítése értéktáblázat segítségével.		Kapcsolatok észrevétele, megfogalmazása szóban, írásban. Környezettudatosságra nevelés: pl. adatok és grafikonok elemzése a környezet szennyezettségével kapcsolatban. Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
Egyszerű sorozatok vizsgálata.		Kreativitás fejlesztése: annak tudatosítása, hogy néhány elemével megadott sorozat többféle módon is folytatható..
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hozzárendelés, egyértelmű hozzárendelés, grafikon, értéktáblázat megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság	

Tevékenységek

A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása
Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása

Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria Altémák: – Síkbeli alakzatok – Transzformációk, szerkesztések – Térgeometria	Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. Háromszögek, csoportosításuk. Négyszögek, speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, deltoid). Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok. Háromszög, négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek. Téglatest tulajdonságai. Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Egyszerű alakzatok tengelyes tükrképének megszerkesztése. Két pont, pont és egyenes távolsága, két egyenes távolsága. Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Néhány nevezetes szög szerkesztése. Szerkesztési eszközök használata. Koordináta-rendszer megismerése, pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása. A téglalap és a deltoid kerületének és területének kiszámítása. A téglatest felszínének és térfogatának a kiszámítása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Rendszerező készség fejlesztése. A mindennapi élethez kapcsolódó egyszerű geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése. Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése. Az esztétikai-, művészeti tudatosság és kifejezőképesség fejlesztése. Képzeletben történő mozgatás: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése. A pontos munkavégzés igényének fejlesztése. A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkusszió). Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kis csoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása; kezdeményező-készség, együttműködési készség, tolerancia.	
Ismeretek		Fejlesztési követelmények
Háromszögek osztályozása oldalak, illetve szögek szerint Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma		A tanult ismeretek felidézése, megerősítése. A halmazszemlélet fejlesztése. A háromszögek és a négyszögek tulajdonságaira vonatkozó igaz- hamis állítások megfogalmazásán keresztül a vitakészség fejlesztése. Tömör, de pontos, szabatos kifejezőképesség fejlesztése. A szaknyelv minél pontosabb használata írásban is

A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján. Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete.	Háromszögek külső szögeinek összege
A háromszögek kerületének és területének kiszámítása.	Számolási készség fejlesztése. Átdarabolás a terület meghatározásához. Eredmények becslése.
	Tételek megfogalmazása megfigyelés alapján. Bizonyítási igény felkeltése.
A háromszög szerkesztése alapesetekben.	Tömör, de pontos, szabatos kifejezőkészség fejlesztése a szerkesztés menetének leírásakor. A szaknyelv minél pontosabb használata írásban is. Együttműködési készség fejlesztése: szerkesztések a szabadban spárta, méterrúd segítségével csoportmunkában. Egymás munkájának értékelése. Kritika megfogalmazása, elfogadása.
Paralelogramma, trapéz, deltoid tulajdonságai, kerülete, területe. Szabályos sokszögek. Kör kerülete, területe. A kör és érintője.	Törekvés a tömör, de pontos, szabatos kommunikációra. A szaknyelv egyre pontosabb használata írásban is. A terület meghatározása átdarabolással. A kör kerületének közelítése méréssel. Számítógépes animáció használata az egyes területképletekhez.
Nevezetes szögek szerkesztése: 15°, 45°, 75°, 105°, 135°.	A szerkesztéshez szükséges eszközök célszerű használata.
Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben Dinamikus geometriai szoftver használata Középpontos tükrözés. A középpontos tükrözés tulajdonságai. A középpontos tükrökép szerkesztése.	Pontos, precíz munka elvégzése a szerkesztés során. A transzformációs szemlélet továbbfejlesztése. Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben Alakzatok középpontos tükröképének megszerkesztése Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése.
Középpontosan szimmetrikus alakzatok a síkban. A tanult sokszögek osztályozása szimmetria szerint.	A megfigyelőképesség fejlesztése. Halmazképző, rendszerező képesség fejlesztése. A matematika kapcsolata a természettel és a művészeti alkotásokkal: művészeti alkotások vizsgálata (Penrose, Escher, Vasarely). Gondolkodás fejlesztése szimmetrián alapuló játékokon keresztül.
Párhuzamos szárú szögek.	A tanult transzformációk tulajdonságainak felismerése, felhasználása a fogalmak kialakításánál.
Az egybevágóság szemléletes fogalma, a háromszögek egybevágóságának esetei. Az egybevágóság jelölése. $\cong$	A megfigyelőképesség fejlesztése. A szaknyelv pontos használata.

Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a alakú testek felfedezése Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló Három- és négyszög alapú egyenes hasábok, forgáshenger hálój, tulajdonságai, felszíne, térfogata.	A halmazszemlélet és a térszemlélet fejlesztése. Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján Testek hálójának készítése
Mértékegységek átváltása racionális számkörben.	A gyakorlati mérések, mértékegységváltások helyes elvégzésének fejlesztése.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk Geometriai transzformáció, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés. Egybevágóság. Középpontos szimmetria, paralelogramma, rombusz. Egyállású szög, váltószög, csúcsszög. Belső és külső szög. Háromszög, magasságvonal, magasságpont. Hasáb, alaplapp, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság.

Tevékenységek

Párhuzamos szelű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása „Rontó” játék speciális négyszögekkel Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása Középpontos tükrözéssel alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó) Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása) Hasáb alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség-számítás, leíró statisztika	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. Néhány szám számtani közepének kiszámítása. Valószínűségi játékok és kísérletek az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Gazdasági nevelés.	
Ismeretek		Fejlesztési követelmények
Adatok gyűjtése, rendszerezése, adatsokaság szemléltetése, grafikonok készítése. Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) fogalma.		Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása. Adatsokaságban való eligazodás: táblázatok olvasása, grafikonok készítése, elemzése. Statisztikai szemlélet fejlesztése. Együttműködési készség fejlődése.
Számtani közép kiszámítása.		Az számtani közép, átlag megjelenése, értelmezése a mindennapi életben (pl. átlagfizetés)..
Valószínűségi kísérletek. Gyakoriság, relatív gyakoriság fogalma.		Valószínűségi szemlélet fejlesztése. Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség. Oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram. Esély, gyakoriság.	

Tevékenységek

Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása) Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok Kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára
--

Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket

21-es és különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal

„Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít

„Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről.

A fejlesztés várt eredményei

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok (természetes, egész, racionális) ismerete.
Elemek halmazba rendezése több szempont alapján.
- Egyszerű állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása.
- Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése egyszerűbb esetekben.
- Kombinatorikai feladatok megoldása az összes eset szisztematikus összeszámlálásával.

Számtan, algebra

- Tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- A logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- Összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével
- Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása.
- [Műveletek egész szám kitevőjű hatványokkal, a hatványozás azonosságainak használata feladatmegoldásban. Számolás normálalakokkal.]
- Ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;
Meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja
- Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata. Az oszthatóságról tanult ismereteik megszerzése során kialakult a bizonyítás iránti igény.
- A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában.
- [Az egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban.] A százalékszámítás alapfogalmainak ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása feladatmegoldás során.
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.
- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít
- Normálalakot használata a számok egyszerűbb írására.
- Számológép egyszerű használata a számolás megkönnyítésére.
- Az egyenletmegoldás különböző módszereinek sikeres alkalmazása a matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldására.

Geometria témakör

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek területét, területeit;

- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.
- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.
- tengelyes és középpontos tükrökép, eltolt alakzat képének szerkesztése. A tanuló képes térbeli alakzatok axonometrikus képét felvázolni, és ennek segítségével sikeresen old meg problémákat. A tanult testek (háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb, forgáshenger) térfogatképleteinek ismeretében ki tudja számolni sok, a mindennapjainkban előforduló test [felszínét], térfogatát, űrmértékét.
- [mértékegységek ismerete, átváltása.]

Összefüggések, függvények, sorozatok

- a függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); függvény alaptulajdonságainak ismerete, grafikonról való leolvasása.
- megadott sorozatok folytatása adott szabály szerint.
- az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanultak alkalmazása természettudományos feladatokban is.
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.
- grafikonok elemzése a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatokat leolvasása

Valószínűség, statisztika

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.
- konkrét feladatok kapcsán a tanuló érti az esély, a valószínűség fogalmát, felismeri a biztos és a lehetetlen eseményt.

A magasabb évfolyamba lépés feltételei

Számтан, algebra:

- Tudják a négy alapműveletet elvégezni, kis abszolútértékű egészek, törtek, tizedestörtek körében.
- Tudjanak törtrészt illetve törtészből egészet kiszámítani.
- Tudják 10-nél nagyobb számok normálalakját képezni.
- Ismerjék a műveletek sorrendjét, helyesen használják a zárójelet.
- Tudjanak egyszerű egyenes és fordított arányossági, illetve százalékszámítási feladatokat megoldani.
- Tudják a természetes számok osztóit, többszörőseit, két vagy több természetes szám közös osztóját közös többszörösét meghatározni.
- Ismerjék, és helyesen használják a terminológiát (együttható, változó, hatvány stb.).
- Tudjanak egynemű egyváltozós - a változó az első hatványon szerepel - algebrai kifejezéseket összevonni.
- Tudják egyszerű algebrai kifejezések helyettesítési értékeit meghatározni.
- Tudják felírni azonos tényezőkből álló szorzat hatványalakját, illetve tudják a hatványt szorzatokban felírni.
- Tudjanak egyszerű szöveges feladatot megoldani egyenlettel.
- egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold.
- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

- Ismerjék a 0 és a negatív egész kitevőjű hatvány jelentését.
- Tudják az azonos alapú hatványok szorzására, osztására vonatkozó összefüggést. (A kitevő természetes szám.)
- Tudjanak hatványt hatványozni.
- Tudják felírni két vagy több szám legnagyobb közös osztóját, illetve legkisebb közös többszörösét prímhatalványok szorzataként.
- Tudják a 3-mal, 9-cel, 8-cal, 125-tel való oszthatóság szabályát. Ismerjék az összetett oszthatósági szabályokat. (Pl. 15-tel, 18-cal, 6tal stb.)
- Ismerjék az algebrai egész és tört fogalmát, tudják a tört esetében az értelmezési tartományt meghatározni.
- Tudjanak 2-3 tagú összeget kiemeléssel szorzattá alakítani.
- Legyenek képesek bonyolultabb szöveges feladatokat megoldani. (Vegyes egyenes és fordított arányosság, arány és százalék, arányos osztás és százalék stb.). ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- Tudjanak törtegyütthatós lineáris egyenletet és egyenlőtlenséget megoldani.

Összefüggések, sorozatok:

- Ismerjék a számtani sorozat fogalmát, tudják a sorozatot folytatni, illetve elemeiből a szabályt felismerni.
 - konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
 - értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
 - egyszerű grafikonokat jellemez.

Geometria:

- Ismerjék a körrel kapcsolatos fogalmakat, tudják azokat ábrán megmutatni.
- Tudjanak szöveget másolni, mérni, felezni (szerkesztéssel).
- Tudják háromszög területét kiszámítani mért vagy adott adatokból.
- Tudják a háromszög és a konvex négyszög belső szögeinek összegét meghatározni.
- Tudják speciális hasábok (téglatest, kocka) felszínét és térfogatát meghatározni.
- Ismerjék a középpontos tükrözés fogalmát, ismerjék fel a középpontosan szimmetrikus alakzatokat.
- Tudják adott pont, szakasz középpontos tükröképét megszerkeszteni.
- Ismerjék a paralelogramma, a trapéz és a deltoid tulajdonságait.
 - a kocka, a téglatest, a hasáb hálóját elkészíti;
 - testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
 - egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
 - a kocka, a téglatest, a hasáb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában

Valószínűség, statisztika:

- Legyenek képesek események relatív gyakoriságát meghatározni.
- Tudják eldönteni eseményekről, hogy melyek bekövetkezése valószínűbb.
- Tudjanak táblázatokat elemezni.
- Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

Értékelés: a továbbhaladás feltételei címszó alatt megadott szempontok alapján osztályzattal értékelünk félévkor és év végén.

8. évfolyam

Óraszám: 144/év
4/hét

Az éves óraszám felosztása

	Tematikai egység	Óraszám
1.	Halmazok, matematikai logika, kombinatorika	18 óra
2.	Számtan, algebra: – Matematikai logika, kombinatorika, gráfok – Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök – Arányosság, százalékszámítás – Szöveges feladatok előkészítés – Szöveges feladatok	48 óra
3.	A függvény fogalmának előkészítése	6 óra
4.	Geometria: – Mérés és mértékegységek – Síkbeli alakzatok – Transzformációk, szerkesztések – Térgeometria	30 óra
5.	Valószínűség-számítás, leíró statisztika	12 óra
	Témazáró dolgozatok írása, javítása	12 óra
	Összesen	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órázám 6 folyamatos
Előzetes tudás	Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része. Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása. Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése. Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása. Saját gondolatok megértetésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás).	
Ismeretek		Fejlesztési követelmények
Könyvtár és digitális eszközök használata kiselőadások készítéséhez.		A kutatási igény, a kutatáshoz szükséges megfelelő módszerek kialakítása, fejlesztése.
Halmazba rendezés több szempont alapján a halmazműveletek alkalmazásával. Két véges halmaz uniója, különbsége. Matematikatörténet: Cantor.		A halmazszemlélet fejlesztése. Rendszerszemlélet fejlesztése. Önálló ismeretszerzés fejlesztése.
A matematikai bizonyítás előkészítése: sejtések, kísérletezés, módszeres próbálkozás, cáfolás.		A bizonyítási igény felkeltése. A gondolatok megfelelő szóbeli és írásbeli kifejezése. A matematikai szaknyelv pontos, tudatos használata. Az érvelés képességének fejlesztése. A kulturált vitatkozás elsajátítása: kritikai szemlélet, tolerancia, problémamegoldás.
A gyakorlati élethez és a társtudományokhoz kapcsolódó szöveges feladatok megoldása.		Szövegelemzés, értelmezés, szöveg lefordítása a matematika nyelvére. Ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény erősítése. Igényes grafikus és verbális kommunikáció.
Matematikai játékok.		Aktív részvétel, pozitív attitűd. (pl. Hanoi torony) Szabálykövető magatartás fejlesztése.
Sorba rendezés, kiválasztás. Néhány elem esetén az összes eset felsorolása.		Tapasztalatszerzés az összes eset rendszerezett felsorolásában.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Halmaz, elem. Alaphalmaz, részhalmaz, metszet, egyesítés, különbség. Igaz, hamis, nem, és, vagy, minden, van olyan, biztos, lehetséges, lehetetlen.	
Tevékenységek		
Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítás Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például $A=\{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz részhalmaz $B=\{\text{rombuszok}\}$, nem részhalmaz $C=\{\text{deltoidok}\}$ Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazában. A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása Logikai szita megtagasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra	Óraszám 44 óra
Előzetes tudás	A racionális szám fogalma. A természetes, az egész és a racionális számok halmazának kapcsolata. Mértékegységek átváltása racionális számkörben. Pozitív egész kitevős hatványok. Azonos alapú hatványok szorzása, osztása. 10 egész kitevőjű hatványai. Prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás. Arány, arányosság, egyenes és fordított arányosság. Az alap, a százalékkérték és a százalékláb fogalmának ismerete, kiszámításuk következtetéssel. Egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értékének kiszámítása. Egyszerűbb elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása következtetéssel, mérlegelvvel. A megoldások ábrázolása számegyenesen. Szöveges feladatok megoldása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával. A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtreszeik képzeletben való felidézése. Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kiscsoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása. Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.	
Ismeretek		Fejlesztési követelmények
Racionális számok (véges, végtelen tizedes törtek), példák nem racionális számra (végtelen, nem szakaszos tizedes törtek).		A számfogalom mélyítése.
Műveletek racionális számkörben, írásban és számológéppel. Az eredmény helyes és értelmes kerekítése. Eredmények becslése, ellenőrzése.		Számolási és a becslési készség fejlesztése. Az algoritmikus gondolkodás fejlesztése.
A négyzetgyök fogalma. Számok négyzete, négyzetgyöke. Példa irracionális számra (π , $\sqrt{2}$).		Négyzetgyök meghatározása számológéppel.
Osztó, többszörös, közös osztó, közös többszörös. Legnagyobb közös osztó, legkisebb pozitív közös többszörös.		Két szám legnagyobb közös osztójának kiválasztása az összes osztóból. A legkisebb pozitív közös többszörös megkeresése a közös többszörösök közül.
Mértékegységek átváltása racionális számkörben.		Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzése. Ciklusonként átélt idő és lineáris időfogalom, időtartam, időpont szavak értő ismerete, használata.
A mindennapjainkhoz köthető százalékszámítási feladatok. Gazdaságossági számítások.		Feladatok az árképzés: árleszállítás, áremelés, áfa, betétkamat, hitelkamat, adó, bruttó bér, nettó bér, valamint különböző termékek (pl. élelmiszerek, növényvédő-szerek, oldatok) anyagösszetétele köréből. Szövegértés, szövegalkotás fejlesztése. Becslések és következtetések végzése. Zsebszámológép célszerű használata a számítások egyszerűsítésére, gyorsítására.

Az algebrai egész kifejezés fogalma. Egytagú, többtagú, egynemű kifejezés fogalma. Helyettesítési érték kiszámítása.	Elnevezések, jelölések megértése, rögzítése, definíciókra való emlékezés. Egyszerű szimbólumok megértése és alkalmazása a matematikában. Betűk használata szöveges feladatok általánosításánál.
Egytagú és többtagú algebrai egész kifejezések szorzása racionális számmal, egytagú egész kifejezéssel. <i>Matematikatörténet: az algebra kezdetei.</i>	Egyszerű szimbólumok megértése és a matematikában, valamint a többi tantárgyban szükséges egyszerű képletalakítások elvégzése. Algebrai kifejezések egyszerű átalakításának felismerése.
Elsőfokú, illetve elsőfokúra visszavezethető egyenletek, elsőfokú egyenlőtlenségek megoldása. A megoldások ábrázolása számegyenesen. Azonosság. Azonos egyenlőtlenség. Alaphalmaz, megoldáshalmaz.	Az egyenlő, nem egyenlő fogalmának elmélyítése. Algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztése. Pontos munkavégzésre nevelés. Számolási készség fejlesztése. Az ellenőrzés igényének fejlesztése.
A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása a tanult matematikai módszerek használatával. Ellenőrzés. Egyszerű matematikai problémát tartalmazó hosszabb szövegek feldolgozása. Feladatok például a környezetvédelem, az egészséges életmód, a vásárlások, a család jövedelmének ésszerű felhasználása köréből.	Szövegértelmezés, problémamegoldás fejlesztése. A lényeges és lényegtelen elkülönítésének, az összefüggések felismerésének fejlesztése. A gondolatmenet tagolása. Az ellenőrzési igény további fejlesztése. Igényes kommunikáció kialakítása. Szöveges feladatok megoldása a környezettudatossággal, az egészséges életmóddal, a családi élettel, a gazdaságossággal kapcsolatban.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Négyzetgyök. Százalékalap, százalékláb, százalékérték. Oszthatóság, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Változó, együttható, algebrai egész kifejezés, helyettesítési érték, egynemű kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás. Egytagú, többtagú kifejezés. Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, azonosság, azonos egyenlőtlenség, ellenőrzés.
Tevékenységek Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése Projektmunka, például összejövétel, játékonysági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények, az analízis elemei		Órakeret - 16 óra
Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Két halmaz közötti hozzárendelések megjelenítése konkrét esetekben. Egyenes arányosság grafikus képe. Egyszerű grafikonok értelmezése, készítése.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése. Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).		
Ismeretek		Fejlesztési követelmények	
Függvények és ábrázolásuk derékszögű koordináta-rendszerben.		A függvényszemlélet fejlesztése.	
Lineáris függvények. Függvények jellemzése növekedés, fogyás. (Példa nem lineáris függvényre: $f(x) = x^2$, $f(x) = x $).		Számolási készség fejlesztése a racionális számkörben. Számítógép használata a függvények ábrázolására.	
Egy ismeretlenes elsőfokú egyenletek grafikus megoldása.		Helyzetfelismerés: a tanult ismeretek alkalmazása új helyzetben.	
Sorozatok vizsgálata, képzése, grafikonja. Különböző sorozatok jellemzőinek megkeresése, adott feltételek mellett sorozatok elemeinek meghatározása.		A mindennapi élet, a tudományok és a matematika közötti kapcsolatok fölfedeztetése. Feladatok a mindennapi életből: mozi illetve színházi ülőhelyek, kertészet, stb.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hozzárendelés, függvény, lineáris függvény, növekedés, fogyás, értelmezési tartomány, értékkészlet. Számítási sorozat, számítási közép.		
Tevékenységek			
A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társal A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret - 46 óra
Előzetes tudás	Háromszögek csoportosítása. A háromszögek magassága, kerülete, területe. A háromszög és a négyszög belső és külső szögeinek összege. A háromszög szerkesztése alapesetekben. Szabályos sokszögek. A paralelogramma, trapéz, deltoid tulajdonságai, kerülete, területe. A kör kerülete, területe. Nevezetes szögek szerkesztése: 15°, 45°, 75°, 105°, 135°. Középpontos tükrözés. A középpontos tükrözés tulajdonságai. Középpontosan szimmetrikus alakzatok a síkban. Párhuzamos szárú szögek.	

	Három- és négyszög alapú egyenes hasábok, forgáshenger hálój, tulajdonságai, felszíne, térfogata. Mértékegységek átváltása racionális számkörben.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Rendszerező készség fejlesztése. A mindennapi élethez kapcsolódó egyszerű geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése. Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése. Az esztétikai-, művészeti tudatosság és kifejezőképesség fejlesztése. Képzeletben történő mozgatás: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése. A pontos munkavégzés igényének fejlesztése. A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkusszió). Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kis csoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása; kezdeményező-készség, együttműködési készség, tolerancia.
Ismeretek	Fejlesztési követelmények
A tanult síkbeli alakzatok (háromszög, trapéz, paralelogramma, deltoid) szerkesztése.	A szerkesztéshez szükséges eszközök célszerű használata. Átélt folyamatról készült leírás gondolatmenetének értelmezése (pl. egy szerkesztés leírt lépéseiről a folyamat felidézése). A szaknyelv pontos használata.
Tengelyes és középpontos szimmetria alkalmazása szerkesztésekben.	Áttekinthető, pontos szerkesztés igényének fejlesztése.
Eltolás, a vektor fogalma. Egyszerű alakzatok eltolt képének megszerkesztése.	A megfigyelőképesség fejlesztése. A transzformációs szemlélet továbbfejlesztése. Áttekinthető, pontos szerkesztés igényének fejlesztése.
Ismerkedés a forgáskúppal, gúlával, gömbbel.	A halmazszemlélet és a térszemlélet fejlesztése. A tudományok a művészetek és a matematika közötti kapcsolatok felfedeztetése.
Pitagorasz tétele Matematikatörténet: Pitagorasz élete és munkássága. A pitagorasz-i számhármakok.	A Pitagorasz-tétel alkalmazása geometriai számításokban. Annak felismerése, hogy a matematika az emberiség kultúrájának része. A bizonyítási igény felkeltése.
Egyszerű számításos feladatok a geometria különböző területeiről.	A számolási készség, a becslési készség és az ellenőrzési igény fejlesztése. Zsebszámológép célszerű használata a számítások egyszerűsítésére, gyorsítására.
Kicsinyítés és nagyítás.	A megfigyelőképesség fejlesztése: a középpontos nagyítás, kicsinyítés felismerése hétköznapi szituációkban.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Geometriai transzformáció, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, eltolás. Vektor. Tengelyes szimmetria, középpontos szimmetria. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb. Alaplap, alapél, oldallap, oldalél.
Tevékenységek Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása	

Pitagoraszi számhármak keresése Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180°-kal; tulajdonságok megfigyelése Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása Középpontos tükrözéssel alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó) Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Statisztika, valószínűség		Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. Néhány szám számtani közepének kiszámítása. Valószínűségi játékok és kísérletek az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Gazdasági nevelés.		
Ismeretek		Fejlesztési követelmények	
Adathalmazok elemzése (átlag, módusz, medián) és értelmezése, ábrázolásuk. Táblázatok olvasása. Grafikonok készítése, elemzése.		Gazdasági statisztikai adatok, grafikonok értelmezése, elemzése. Adatsokaságban való eligazodás képességének fejlesztése. Ok-okozati összefüggéseket felismerő képesség fejlesztése. Elemző képesség fejlesztése.	
Valószínűségi kísérletek. Valószínűség előzetes becslése, szemléletes fogalma. Valószínűségi kísérletek, eredmények lejegyzése. Gyakoriság, relatív gyakoriság. <i>Matematikatörténet:</i> érdekességek a valószínűség-számítás fejlődéséről.		Valószínűségi szemlélet fejlesztése. Tudatos megfigyelőképesség fejlesztése. A tapasztalatok rögzítése képességének fejlesztése. Tanulói együttműködés fejlesztése. Számítógép használata a tudománytörténeti érdekességek felkutatásához.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Diagram, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség.		
Tevékenységek Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában Játék dobókockákkal, pénzérmékkel, zsákba helyezett színes golyókkal Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének			

megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket

21-es különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal

„Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít

8. évfolyam: a fejlesztés várt eredményei

Gondolkodási és megismerési módszerek

- [Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok (természetes, egész, racionális) ismerete.] Elemek halmazba rendezése több szempont alapján.
- [A nyelv logikai elemeinek tudatos szerepeltetése a feladatok megoldása során.] Egyszerű állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása.
- Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése egyszerűbb esetekben.
- Kombinatorikai feladatok megoldása az összes eset szisztematikus összeszámlálásával.
- Fagrálok használata feladatmegoldások során.

Számtan, algebra

- Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása.
- [Műveletek egész szám kitevőjű hatványokkal, a hatványozás azonosságainak használata feladatmegoldásban. Számolás normálalakokkal.]
- Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata. Az oszthatóságról tanult ismereteik megszerzése során kialakult a bizonyítás iránti igény.
- A négyzetgyökvonás műveletének biztos alkalmazása geometriai feladatok megoldása során.
- A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában.
- [Az egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban.] A százalékszámítás alapfogalmainak ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása feladatmegoldás során.
- Normálalakot használata a számok egyszerűbb írására.
- Számológép egyszerű használata a számolás megkönnyítésére.
- Az egyenletmegoldás különböző módszereinek sikeres alkalmazása a matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldására.

Geometria

- A tanuló a geometriai ismeretek segítségével képes jó ábrákat készíteni, pontos szerkesztéseket végezni.
- Ismeri a tanult geometriai alakzatok tulajdonságait (háromszögek, négyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések, nevezetesen négyszögek szimmetriatulajdonságai), tudását alkalmazza a feladatok megoldásában.
- [Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek meghatározása, megszerkesztése.]
- Tengelyes és középpontos tükrökép, eltolt alakzat képének szerkesztése. Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben (szerkesztés nélkül).
- A Pitagorasz-tétel kimondása és alkalmazása számítási feladatokban. [Thalész-tétel egyszerű alkalmazásai].
- Háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerületének, területének kiszámítása feladatokban.
- A tanuló képes térbeli alakzatok axonometrikus képét felvázolni, és ennek segítségével sikeresen old meg problémákat. A tanult testek (háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb, forgáshenger) térfogatképleteinek ismeretében ki tudja számolni sok, a mindennapjainkban előforduló test [felszínét], térfogatát, űrmértékét.
- [Mértékegységek ismerete, átváltása.]

Összefüggések, függvények, sorozatok

- [A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete, grafikonról való leolvasása.]
- Megadott sorozatok folytatása adott szabály szerint. [A számtani sorozat felismerése.]
- Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanultak alkalmazása természettudományos feladatokban is. [Az abszolútérték-függvény, a másodfokú függvény, a fordított arányosság függvényének ismerete (tulajdonságok, grafikon). Egylépéses függvény-transzformációk]

végrehajtása.]

- Grafikonok elemzése a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatokat leolvasása.
- Valószínűség, statisztika*
- Valószínűségi kísérletek eredményeinek tudatos megfigyelése, lejegyzése, relatív gyakoriságok kiszámítása. Konkrét feladatok kapcsán a tanuló érti az esély, a valószínűség fogalmát, felismeri a biztos és a lehetetlen eseményt.
 - [Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása, a középértékek meghatározása, diagramok olvasása, készítése.] Zsebszámológép célszerű használata statisztikai számításokban.
 - Néhány kiemelkedő magyar matematikus, esetleg kutatási területének, eredményének megnevezése.

A továbbhaladás feltételei

Számтан, algebra:

- Ismerjék a racionális szám fogalmát. Tudják, hogy két egész szám hányadosaként felírható számokról van szó.
- Tudják a racionális számok halmazán a négy alapműveletet elvégezni.
- Ismerjék a műveletek helyes sorrendjét, tudatosan használják a zárójeleket.
- Ismerjék a hatvány fogalmát, tudják a hatványozásra vonatkozó azonosságokat konkrét esetekben alkalmazni.
- Tudják kiszámítani két szám arányát.
- Tudjanak egyenes és fordított arányossági, illetve százalékszámítási feladatokat (szöveget is) következtetéssel megoldani.
- Készség szintjén tudják a tanult mértékegységeket, s tudják azokat átváltani, a tanult ismereteket szöveges feladatokban alkalmazni.
- Tudják egyszerű algebrai kifejezések helyettesítési értékét kiszámítani.
- Tudjanak egyszerű algebrai kifejezéseket összevonni.
- Tudjanak egyismeretlenes lineáris egyenletet megoldani próbálgatással, vagy mérlegelvével.
- Tudjanak egyszerű szöveges feladatot megoldani következtetéssel vagy egyenlettel.

Összefüggések, függvények, sorozatok:

- Tudják a lineáris függvényeket (ezen belül az egyenes arányosságot) koordináta-rendszerben ábrázolni (értéktáblázattal).
- Tudjanak grafikonról értékpárokat leolvasni, grafikont elemezni.
- Tudják néhány elemével adott számtani és mértani sorozat elemeinek felsorolását folytatni.

Geometria:

- Tudják a háromszögeket, a négyszögeket csoportosítani tulajdonságaik szerint.
- Tudják a trapéz, a paralelogramma, a rombusz, a deltoid, a téglalap, a négyzet tulajdonságait felsorolni.
- Tudjanak háromszöget, paralelogrammát, rombuszt, téglalapot, négyzetet szerkeszteni. (Alapszerkesztések)
- Tudják a tanult háromszögek, négyszögek kerületét, területét meghatározni.
- Tudják a háromszög és négyszög alapú egyenes hasábok felszínét és térfogatát kiszámítani.
- Ismerjék az egybevágóság fogalmát.
- Tudják a tengelyes és a középpontos tükrözés tulajdonságait felsorolni.
- Ismerjék az eltolás fogalmát. Tudjanak pontot, szakaszt eltolni.
- Legyenek tisztában a vektor fogalmával. Ismerjék fel ábrák kicsinyített és nagyított képeit.
- Ismerjék Pitagorász tételét. Tudják derékszögű háromszögek ismeretlen oldalait kiszámítani a másik kettő ismeretében.

Valószínűség, statisztika:

- Tudjanak valószínűségi kísérleteket végrehajtani.
- Tudják a relatív gyakoriság fogalmát, tudják események relatív gyakoriságát meghatározni.
- Tudják a leggyakoribb és a középső elemet meghatározni adott adathalmazból.
- Tudjanak adathalmazhoz grafikont készíteni, grafikont elemezni.

Mivel a magasabb évfolyamba lépés itt iskolaváltást is jelent fontos, hogy olyan alapismeretekkel rendelkezzenek a tanulók, amire a középiskolában építeni lehet.

Ezért a magasabb évfolyamba lépés feltételei megegyeznek a továbbhaladás feltételeiben leírt feltételekkel annyi megszorítással, hogy az alpműveleteket a racionális számok halmazán, és a mértékegységeket készség szintjén kell tudniuk a tanulóknak, továbbá tudniuk kell az alapszerkesztéseket, valamint a transzformációknál tanultakat alkalmazni a szerkesztésekben, számításokban, bizonyításokban. A lineáris egyenletek megoldását (mérlegelvvel, grafikusan), a tanult síkidomok, testek kerületének, területének, felszínének, térfogatának meghatározását is készség szintjén várjuk el a továbbtanulóktól.

Értékelés: a továbbhaladás feltételei címszó alatt megadott szempontok alapján osztályzattal értékelünk félévkor és év végén.